

Teori Lapangan Kuantum Fermion Dalam Konteks Ruang Waktu Pada Lubang Hitam

Muhammad Satya Putra Gantada
Universitas Sriwijaya, Indonesia
Email: gantasatya51@gmail.com

Abstrak

Masalah kehilangan informasi pada lubang hitam merupakan salah satu paradoks fundamental dalam fisika teoretis yang memerlukan pemahaman mendalam tentang perilaku fermion dalam ruang waktu melengkung ekstrem. Urgensi penelitian ini terletak pada kebutuhan untuk menyelesaikan persamaan Dirac dalam konteks lubang hitam guna memahami mekanisme radiasi Hawking dan kemungkinan pelestarian informasi kuantum. Tujuan penelitian adalah menganalisis dan menyelesaikan persamaan Dirac dalam ruang-waktu lubang hitam, khususnya Schwarzschild dan Kerr, serta menginvestigasi emisi radiasi dan reaksi balik gravitasi semi-klasik. Metode yang digunakan adalah pendekatan faktorisasi dan pemisahan variabel dalam koordinat yang sesuai, seperti Eddington-Finkelstein, untuk memastikan regularitas solusi di horizon peristiwa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa solusi persamaan Dirac reguler di horizon ketika menggunakan koordinat Eddington-Finkelstein, memungkinkan perhitungan tensor energi-momentum yang terdefinisi dengan baik untuk reaksi balik gravitasi. Namun, pendekatan semi-klasik gagal menjelaskan keterjeratan kuantum pada kasus partikel berpasangan. Implikasinya, diperlukan kerangka kuantum penuh untuk memahami interaksi partikel terjerat dengan lubang hitam dan menyelesaikan paradoks hilangnya informasi.

Kata kunci: Fermion, Lubang Hitam, Persamaan Dirac, Radiasi Hawking, Ruang Waktu Schwarzschild dan Kerr

Abstract

The problem of information loss in black holes is one of the fundamental paradoxes in theoretical physics that requires a deep understanding of the behavior of fermions in extremely curved spacetime. The urgency of this research lies in the need to solve the Dirac equation in the context of black holes in order to understand the mechanism of Hawking radiation and the possibility of quantum information preservation. The objective of this research is to analyze and solve the Dirac equation in black hole spacetime, specifically Schwarzschild and Kerr, and to investigate radiation emission and semi-classical gravitational back-scattering. The methods used are factorization and variable separation in appropriate coordinates, such as Eddington-Finkelstein, to ensure the regularity of solutions at the event horizon. The results show that the Dirac equation solutions are regular at the horizon when using Eddington-Finkelstein coordinates, allowing for the calculation of a well-defined energy-momentum tensor for gravitational back-scattering. However, the semi-classical approach fails to explain quantum entanglement in the case of paired particles. The implication is that a full quantum framework is needed to understand the interaction of entangled particles with black holes and resolve the information loss paradox.

Keywords: Black Holes, Dirac Equation, Fermions, Hawking Radiation, Schwarzschild and Kerr Spacetime

PENDAHULUAN

Proses keruntuhan gravitasi pada objek-objek padat seperti katai putih dan bintang neutron yang membentuk lubang hitam masih menjadi persoalan besar dalam fisika modern (Brilianza & Jannah, 2020; Nyoman Gunantara et al., 2023; Wang et al., 2023). Hingga kini, pembahasan lengkap mengenai proses ini belum tersedia. Hal ini sebagian besar disebabkan oleh kondisi ekstrim yang ada pada objek-objek tersebut, yang mengharuskan penerapan Teori Medan Kuantum bersama dengan Relativitas Umum secara bersamaan. Rincian dari proses runtuh gravitasi sangat tergantung pada fisika partikel dasar yang berlaku di setiap tahapnya, dan dalam kondisi ini muncul banyak pertanyaan teoritis yang menarik dan kompleks (Tan & Yang, 2024).

Sebagai contoh, penting untuk menelaah peran aljabar masa kini dalam proses runtuh gravitasi, karena gravitasi berinteraksi dengan tensor energi-momentum (Aneesh et al., 2020).

Selain itu, penting juga untuk memahami dampak pelanggaran CP dan invarian CPT terhadap materi yang mengalami keruntuhan (Halim & Herliana, 2020; Hernani, 2021; Lestari, 2024; Sakdiyah, 2023). Bila supersimetri (SUSY) atau supergravitasi (SUGRA) ada, maka penting untuk mengetahui pengaruhnya terhadap proses tersebut (Fabbri & Navarro-Salas, 2005). Selain fisika partikel elementer, interaksi antara teori medan kuantum materi yang runtuh dengan ruang waktu relativistik umum dapat menimbulkan efek baru (Boulware, 1975).

Diketahui bahwa lubang hitam yang terbentuk memancarkan radiasi Hawking-Unruh dan sifat termalnya dapat menyebabkan masalah baru yaitu kekurangan informasi karena masih sedikit informasi yang membahas permasalahan tersebut (Unruh, 1974). Oleh karena itu, ada urgensi untuk dapat menghitung bagaimana lubang hitam merespon secara gravitasi (secara semi-klasik) terhadap materi atau partikel kuantum yang jatuh ke dalamnya. Oleh karena itu, penting untuk memahami cara membangun teori medan kuantum fermion dalam topik bahasan terkait lubang hitam (Chandrasekhar, 1984).

Gap penelitian yang teridentifikasi adalah kurangnya metode analitik yang dapat mengatasi divergensi pada horizon peristiwa dalam perhitungan reaksi balik gravitasi untuk fermion. Penelitian sebelumnya menggunakan koordinat Schwarzschild yang mengalami masalah divergensi di horizon, sehingga tidak dapat memberikan deskripsi fisik yang meaningful untuk proses yang terjadi di sekitar horizon peristiwa.

Rumusan masalah penelitian ini adalah: bagaimana mengembangkan metode analitik untuk menyelesaikan persamaan Dirac pada ruang waktu lubang hitam yang menghasilkan solusi reguler di horizon peristiwa? Novelty penelitian ini terletak pada pengembangan pendekatan faktorisasi yang dikombinasikan dengan sistem koordinat Eddington-Finkelstein untuk menghasilkan mode fermion yang tidak divergen di horizon, yang memungkinkan perhitungan reaksi balik semi-klasik yang secara fisik bermakna.

"Menurut Fabbri dan Navarro-Salas (2005), dalam kerangka semi-klasik teori medan kuantum di ruang waktu melengkung klasik, terdapat banyak penelitian terdahulu mengenai medan skalar pada latar lubang hitam. Namun, kuantisasi medan fermionik pada ruang waktu lubang hitam masih belum banyak diteliti, dengan dua studi awal yang ditemukan dalam penelitian Boulware (1975) dan Unruh (1974). Dalam tulisan ini, peneliti menunjukkan metode penyelesaian persamaan Dirac dan kuantisasi teori fermionik pada ruang waktu stasioner dan aksisimetri yang memenuhi persamaan vakum Einstein."

Pada penelitian ini peneliti tidak memakai formalism Newman-Penrose karena kurang sesuai untuk perhitungan fisika partikel elementer, melainkan menggunakan pendekatan faktorisasi yang memanfaatkan sifat aksisimetri stasioner ruang waktu untuk menghasilkan mode-mode yang digunakan dalam kuantisasi fermionik secara kanonikal. Unruh (1974) menemukan bahwa metode ini diterapkan pada ruang waktu Schwarzschild dan Kerr, dan mode yang diperoleh serupa dengan yang ditemukan dalam penelitiannya. Namun terdapat hambatan karena mode ini mengalami divergensi pada horizon peristiwa. Pada ruang waktu Schwarzschild, masalah ini muncul akibat penggunaan sistem koordinat Schwarzschild yang terikat pada pengamat di wilayah Minkowskian asimtotik jauh dari lubang hitam (Chandrasekhar, 1984). Pada kondisi ini, pengamat jauh hanya melihat materi yang jatuh mengalami red-shift saat mendekati horizon, sehingga menyebabkan divergensi mode-mode

tersebut. Karena itu, tensor energi-momentum yang dibangun dari mode-mode ini tidak dapat dipakai untuk perhitungan reaksi balik secara bermakna (Futterman et al., 1988).

Untuk menyelesaikan masalah reaksi balik gravitasi lubang hitam terhadap fermion yang jatuh, perlu untuk meninjau infall radial fermion Dirac dengan spin setengah ke lubang hitam Schwarzschild yang statis dan tidak berputar (De Felice & Clarke, 1990). Di masa mendatang, diperkirakan lubang hitam tipe Kerr yang berputar akan muncul, karena momentum sudut spin fermion akan berubah menjadi momentum sudut rotasi lubang hitam berdasarkan konservasi momentum sudut (Tan et al., 2024). Ini menunjukkan bahwa reaksi balik gravitasi dari kejatuhan satu fermion Dirac adalah sebuah efek sementara yang diperkirakan berupa emisi gelombang gravitasi dari horizon yang terganggu, menghubungkan dua keadaan asimtotik lubang hitam yaitu Schwarzschild di masa lalu dan Kerr di masa depan (Hawking et al., 1979).

Untuk dapat menghitung reaksi balik ini, dibutuhkan mode-mode yang tidak mengalami divergensi di horizon peristiwa, sehingga diperlukan sistem koordinat yang baik seperti sistem koordinat Eddington-Finkelstein yang cocok untuk tujuan ini (Düztaş, 2021; Liu et al., 2023). Ditemukan bahwa solusi persamaan Dirac dalam koordinat ini memang reguler pada horizon, sehingga dapat digunakan secara semi-klasik untuk menghitung reaksi balik akibat infall radial satu fermion Dirac (Priyobarta Singh et al., 2022; Shi et al., 2023; Wang et al., 2024). Dengan demikian, peneliti berhipotesis bahwa informasi yang dibawa partikel tunggal tersebut dapat bocor atau terbawa keluar dari lubang hitam melalui gelombang gravitasi transient yang dipancarkan (Shi et al., 2023).

Penelitian sebelumnya mengenai teori medan kuantum pada lubang hitam telah menghasilkan beberapa terobosan penting. Hawking (1974) pertama kali menunjukkan bahwa lubang hitam memancarkan radiasi termal, yang kemudian dikenal sebagai radiasi Hawking. Unruh (1974) dan Boulware (1975) melakukan studi awal tentang kuantisasi medan fermion pada ruang waktu lubang hitam. Penelitian terbaru oleh Shi et al. (2023) dan Wang et al. (2024) menggunakan pendekatan simulasi kuantum untuk memvalidasi prediksi teoritis mengenai radiasi Hawking. Namun, sebagian besar penelitian ini fokus pada medan skalar, sementara perilaku fermion dalam konteks lubang hitam masih memerlukan analisis yang lebih mendalam.

Tujuan penelitian ini adalah: (1) mengembangkan metode faktorisasi untuk menyelesaikan persamaan Dirac pada ruang waktu stasioner aksisimetri, (2) menerapkan metode tersebut pada ruang waktu Schwarzschild dan Kerr, (3) menganalisis solusi persamaan Dirac dalam koordinat Eddington-Finkelstein untuk mengatasi masalah divergensi di horizon, dan (4) mengevaluasi implikasi temuan terhadap masalah kehilangan informasi pada lubang hitam. Manfaat penelitian ini adalah memberikan kontribusi pada pemahaman fundamental tentang perilaku fermion di sekitar lubang hitam dan menyediakan tools analitik untuk penelitian lebih lanjut tentang efek kuantum dalam gravitasi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis dalam bidang fisika teoritis dengan pendekatan analitik kualitatif. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian analisis matematis untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial dalam konteks relativitas umum dan teori medan kuantum. Desain penelitian menggunakan analisis persamaan Dirac dengan pendekatan faktorisasi untuk berbagai metrik ruang waktu lubang hitam.

Lokasi penelitian difokuskan pada literatur fisika teoritis dan model ruang waktu, dengan subjek penelitian meliputi persamaan Dirac dalam berbagai sistem koordinat lubang hitam. Instrumen penelitian yang digunakan adalah persamaan Dirac dalam ruang waktu melengkung, metrik Schwarzschild untuk lubang hitam tidak berputar, metrik Kerr untuk lubang hitam berputar, dan metrik Eddington-Finkelstein untuk mengatasi masalah divergensi di horizon.

Teknik pengumpulan data dilakukan melalui kajian literatur komprehensif terhadap publikasi terkait teori medan kuantum pada lubang hitam, serta formulasi matematis berdasarkan prinsip-prinsip fisika teoritis. Sumber data primer meliputi publikasi dalam jurnal fisika teoretis dari tahun 1974 hingga 2024, dengan fokus pada karya-karya seminal tentang radiasi Hawking, persamaan Dirac dalam ruang waktu melengkung, dan metode kuantisasi medan fermion.

Teknik analisis data menggunakan tiga tahap utama: (1) penyelesaian analitik persamaan Dirac menggunakan metode faktorisasi untuk ruang waktu stasioner aksisimetri, (2) faktorisasi komponen spinor untuk mengatasi kompleksitas matematika dalam metrik Kerr, dan (3) regularisasi horizon melalui penggunaan koordinat Eddington-Finkelstein untuk menghasilkan solusi yang tidak divergen di horizon peristiwa. Validasi hasil dilakukan melalui konsistensi dengan hasil penelitian sebelumnya dan verifikasi bahwa solusi memenuhi batas fisik yang diharapkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Ruang Waktu Vakum Dengan Kondisi Stasioner Dan Simetri Sumbu

Ruangwaktu yang stasioner dan mempunyai simetri poros merupakan kategori penting dari solusi terhadap persamaan Einstein vakum dan telah dibahas secara luas dalam berbagai literatur. Mengacu pada notasi dalam (De Felice & Clarke, 1990) dengan penyesuaian pada tanda metrik yang dipilih (+, -, -, -) (De Felice & Clarke, 1990). Elemen garis bisa dituliskan seperti pada **Persamaan 1** berikut:

$$ds^2 = Vdt^2 + 2Wdtd\varphi + Xd\varphi^2 + g_{11}d(x^1)^2 + g_{22}d(x^2)^2$$

Dalam kasus ini, komponen-komponen tensor metrik ditentukan semata-mata ditentukan oleh koordinat x^1 dan x^2 . Vierbein e_μ^a dapat ditulis seperti matriks pada **Persamaan 2** berikut:

$$e_\mu^a = \begin{bmatrix} e_0^0 & 0 & 0 & e_3^0 \\ 0 & e_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2^2 & 0 \\ e_0^3 & 0 & 0 & e_3^3 \end{bmatrix}$$

Melalui pemilihan vierbein yang telah ditentukan, one-form basis dapat dirumuskan sebagai $\theta^a = e_\mu^a dx^\mu$. Sementara itu, spin connection dapat dituliskan dalam bentuk persamaan $2\omega_{ab} = \{\theta^c i_a i_b + i_b d\theta_a - i_a d\theta_b\}$

2. Persamaan Dirac Dalam Ruang Waktu Vakum Stasioner Dan Simetris Sumbu

Persamaan Dirac pada ruang-waktu vakum yang bersifat stasioner dan memiliki simetri sumbu merupakan kajian penting dalam fisika teoretis, khususnya dalam kerangka relativitas umum dan teori medan kuantum. Persamaan ini menggambarkan perilaku partikel fermion,

seperti elektron, dalam kondisi di mana ruang-waktu tidak mengalami perubahan terhadap waktu (stasioner) dan memiliki kesimetrian terhadap suatu sumbu tertentu (axisimetris), seperti yang terjadi di sekitar lubang hitam yang berotasi. Kajian ini membantu memahami interaksi antara medan kuantum dan struktur ruang-waktu yang melengkung akibat gravitasi ekstrem.

Persamaan Dirac dalam kelengkungan ruang waktu yang umum dapat dituliskan sebagai $(iD - m_0)\mathcal{X} = 0$ dimana $D_\mu = \partial_\mu + i(\omega_{ab})_\mu \Sigma^{ab}$ adalah turunan kovarian sementara $\Sigma^{ab} = -\left(\frac{i}{8}\right)[\gamma^a, \gamma^b]$ adalah generator dari grup Lorentz dalam representasi representasi spinor dalam bentuk matriks gamma ruang tangen dalam representasi Dirac. Dapat dilihat bahwa terdapat tiga matriks gamma yang muncul dalam persamaan Dirac, tidak seperti pada teori Yang-Mills, hal itu karena persamaan $\gamma^\mu \omega_\mu = E_c^\mu (\omega_{ab})_\mu \gamma^c \Sigma^{ab}$. Kemudian dengan menggunakan identitas 3-gamma, $\gamma^a \gamma^b \gamma^c = \eta^{ab} \gamma^c - \eta^{ab} \gamma^b - \eta^{bc} \gamma^a + i \varepsilon^{abcd} \gamma_d \gamma_5$, dapat dituliskan persamaan Dirac sebagai **Persamaan 3** berikut:

$$(iD - m_0)\mathcal{X} = i\gamma^c E_c^\mu \partial_\mu \mathcal{X} + \frac{1}{4} i(\omega_{ab})_c [\eta^{ac} \gamma^b - \eta^{bc} \gamma^a] \mathcal{X} - \frac{1}{4} (\omega_{ab})_c \varepsilon^{abcd} \gamma_d \gamma_5 \mathcal{X} - m_0 \mathcal{X} = 0$$

Persamaan 3 tersebut terlihat rumit, namun sebenarnya tidaklah demikian, sebab persamaan ini dapat disederhanakan dalam konteks ruang waktu aksisimetris yang vakum dan stasioner. Maka $\mathcal{X} = e^{-\frac{1}{2} h} \Phi$ dimana h adalah fungsi skalar dan Φ adalah bispinor yang memenuhi **persamaan 4** berikut:

$$i\gamma^c E_c^\mu \Phi - \frac{1}{4} (\omega_{ab})_c \varepsilon^{abcd} \gamma_d \gamma_5 \Phi - m_0 \Phi = 0$$

Maka h harus memenuhi **persamaan 5** berikut:

$$\partial_\mu h = -\frac{1}{2} e_\mu^a (\partial_\nu E_a^\nu) h$$

Solusi untuk **persamaan ke-5** tersedia untuk kasus ruang waktu vakum, stasioner, dan simetris aksial, serta dapat diperiksa secara eksplisit. Dengan demikian, menyelesaikan persamaan Dirac sama dengan menyelesaikan **persamaan 4** dan **5**.

3. Ruang Waktu Schwarzschild

Dalam koordinat Schwarzschild, vierbein memiliki bentuk diagonal, sehingga persamaan $\frac{1}{4} (\omega_{ab})_c \varepsilon^{abcd} \gamma_d \gamma_5$ akan menghilang. Dengan menyelesaikan **persamaan 5** terhadap h , diperoleh $h = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-\frac{1}{4}}$. **Persamaan 4** dapat diselesaikan menggunakan metode pemisahan variabel berkat adanya simetri spherical. Hasilnya, persamaan radial memiliki solusi yang mendekati bentuk Minkowskian saat r menuju tak terhingga. Mode-mode yang dihasilkan dari proses ini dapat dipakai untuk kuantisasi kanonik dan terbukti menghasilkan radiasi Hawking-Unruh dalam fenomena keruntuhan berbentuk spherical.

Meskipun demikian, nilai h akan menjadi divergen ketika $r = 2M$. Dengan demikian, teori ini hanya berlaku untuk $r > 2M$. Temuan ini sejalan dengan pendekatan Euclidean Path Integral pada referensi dari (Hawking et al., 1979), dimana wilayah $r \leq 2M$ dipetakan ke titik pusat dari bagian ruang waktu Euclidean Schwarzschild. Divergensi ini juga menunjukkan bahwa mode-mode tersebut juga menunjukkan bahwa mode-mode tersebut tidak dapat dimanfaatkan untuk menghitung reaksi balik yang mungkin terjadi.

4. Ruang Waktu Kerr

Dalam persamaan koordinat Boyer-Lindquist, elemen garis dalam ruang waktu Kerr adalah:

$$ds^2 = \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} dt^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2)^2 - \Delta a^2 \sin^2 \theta] d\phi^2 + \frac{2a \sin^2 \theta}{\rho^2} [r^2 + a^2 - \Delta] dt d\phi - \rho^2 d\theta^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2$$

Dimana $\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr$ dan $\rho = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$. Dalam kasus dimana persamaan $\frac{1}{4}(\omega_{ab})_c \varepsilon^{abcd} \gamma_d \gamma_5$ tidak menghilang dan putaran faktorisasi lainnya dimungkinkan dalam kasus tanpa massa. Dalam persamaan 4 pilih keadaan eigen minus satu dari γ^5 sebagai contohnya:

$$\Phi = g(r, \theta) \begin{bmatrix} \zeta \\ -\zeta \end{bmatrix}$$

Dimana ζ adalah spinor dua komponen yang memenuhi persamaan berikut:

$$i\gamma^c E_c^\mu \partial_\mu \begin{bmatrix} \zeta \\ -\zeta \end{bmatrix} = 0$$

Dan $g(r, \theta)$ adalah fungsi skalar dimana harus dapat memenuhi persamaan berikut:

$$i\gamma^c E_c^\mu \partial_\mu g + \frac{1}{4}(\omega_{ab})_c \varepsilon^{abcd} \gamma_d g = 0$$

Berdasarkan Referensi dari (Unruh, 1974), Vierbein sebelumnya akan menjadi:

$$\begin{aligned} E_0^0 &= \frac{\sqrt{\Delta}}{\rho} \\ E_3^0 &= \frac{\sqrt{\Delta}}{\rho} a \sin^2 \theta \\ E_0^3 &= -\frac{a \sin \theta}{\rho} \\ E_3^3 &= \frac{r^2 + a^2}{\rho} \sin \theta \\ E_1^1 &= \frac{\rho}{\sqrt{\Delta}} \\ E_2^2 &= \rho \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan:

$$h = \left(\frac{\rho}{\sqrt{\Delta}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{-\frac{1}{2}} = (\rho^2 \sin\theta)^{-\frac{1}{2}}$$

$$g = e^{-\frac{i}{2} \tan^{-1}\left(\frac{a \cos\theta}{r}\right)}$$

Spinor dua komponen ζ , ditemukan sebagai salah satu komponen yang terdapat dalam Referensi dari (Unruh, 1974), yaitu modulo istilah faktorisasi (Unruh, 1974). Hal ini menegaskan bahwa metode ini juga dapat diterapkan pada ruang waktu Taub-NUT.

5. Ruang Waktu Eddington-Finkelstein

Seperti yang disebutkan dalam bagian pengantar sebelumnya, diperlukan suatu mode yang teratur di cakrawala untuk menghitung reaksi balik akibat jatuhnya radial partikel tunggal Dirac. Hal ini memerlukan sistem koordinat yang dapat berlaku di sana. Ruang waktu Eddington-Finkelstein dan sistem koordinatnya sangat cocok untuk kasus ini, hal ini karena persamaan tersebut mewakili kerangka koordinat yang terikat pada kasus foton yang jatuh secara radial. Elemen garis diberikan oleh persamaan berikut:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dv^2 - 2dvdr - r^2 d\Omega^2$$

Dimana $v = t + r^*$ dan dimana $r^* = r + 2M \ln \left| \frac{r}{2M} - 1 \right|$

Metrik yang digunakan tetap terdefinisi dengan baik pada daerah horizon dan tidak mengalami degenerasi, hal ini disebabkan oleh keberadaan suku *off-diagonal* $dvdr$. Karena alasan ini pula, metrik tersebut tidak bersifat stasioner maupun simetri terhadap sumbu, sehingga metode faktorisasi (Factorization Ansatz) tidak bisa diterapkan. Meski demikian, metrik ini memiliki simetri bola. Dengan memilih bentuk vierbein yang tepat, persamaan Dirac dapat diselesaikan menggunakan pendekatan pemisahan variabel. Berdasarkan struktur metrik tersebut, dapat disimpulkan bahwa vierbein yang digunakan harus berbentuk sebagai berikut:

$$e_{\mu}^a = \begin{bmatrix} e_0^0 & e_1^0 & 0 & 0 \\ e_0^1 & e_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_3^3 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dapat diterapkan kondisi bahwa time-like vector $E_0^{\mu} \partial_{\mu}$ tersebut harus reguler dimanapun, kecuali pada singularitas di $r = 0$. Hal ini membawa pada persamaan berikut:

$$e_1^0 = -e_1^1$$

$$e_1^1 = 1$$

$$e_0^1 = \frac{M}{r}$$

$$e_1^0 = -1$$

$$e_0^0 = 1 - \frac{M}{r}$$

Hasil ini memberikan sebuah medan vektor time-like dengan norma satuan yang hanya mengalami singularitas ketika $r = 0$. Dengan menggunakan metode pemisahan variabel pada persamaan Dirac, dapat ditunjukkan bahwa komponen radial dari solusi mode tetap terdefinisi dengan baik di daerah horizon dan bahkan menjadi nol pada titik tersebut. Oleh karena itu, tensor energi-momentum yang diperoleh dari mode-mode ini tidak menunjukkan perilaku divergen di horizon. Tensor ini kemudian dapat dimanfaatkan untuk menghitung reaksi balik semi-klasik terhadap proses jatuhnya sebuah fermion Dirac secara radial, sebagaimana telah dibahas pada bagian Pendahuluan.

KESIMPULAN

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa jatuhnya partikel Dirac secara radial dapat dianalisis menggunakan sistem koordinat Eddington-Finkelstein. Dengan pendekatan ini, tidak ditemukan perilaku anomali di sekitar horizon peristiwa, dan solusi yang diperoleh tetap bersifat stabil serta terdefinisi dengan baik. Hal ini mengindikasikan bahwa reaksi balik semi-klasik untuk kasus partikel tunggal dapat diprediksi tanpa menghadapi kendala tambahan. Namun, kondisi menjadi lebih kompleks ketika melibatkan pasangan partikel yang terjerat (quantum entangled). Jika salah satu partikel jatuh ke dalam lubang hitam sementara pasangannya meloloskan diri, maka fenomena ini tidak dapat dijelaskan dengan kerangka semi-klasik. Hal ini karena adanya korelasi kuantum non-lokal di antara kedua partikel yang tidak bisa direpresentasikan dalam teori semi-klasik yang bersifat lokal.

Penting untuk dicatat bahwa kegagalan pendekatan semi-klasik ini bukan disebabkan oleh horizon peristiwa itu sendiri. Pada dasarnya, pendekatan semi-klasik memang tidak mampu menangani keadaan kuantum yang terjerat karena tidak menyediakan mekanisme untuk menggambarkan keterjeratan tersebut. Oleh karena itu, diperlukan suatu kerangka kuantum penuh yang mampu menjelaskan interaksi antara horizon peristiwa dan partikel yang jatuh ke dalam lubang hitam. Penelitian untuk mengembangkan deskripsi kuantum semacam ini sedang berlangsung dan menjadi fokus penelitian saat ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Aneesh, P. B., Chakraborty, S., Hoque, S. J., & Virmani, A. (2020). First law of black hole mechanics with fermions. *Classical and Quantum Gravity*, 37(20), 205014. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/aba5ab>
- Brilianza, A., & Jannah, M. (2020). *Lubang hitam: Sebuah pengantar populer*. Pustaka Learning Center.

- Boulware, D. G. (1975). Spin-quantum field theory in Schwarzschild space. *Physical Review D*, 12(2), 350–367. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.12.350>
- Chandrasekhar, S. (1984). The Mathematical Theory of Black Holes. In *General Relativity and Gravitation* (pp. 5–26). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-6469-3_2
- De Felice, F. ., & Clarke, C. J. S. . (1990). *Relativity on curved manifolds*. Cambridge University Press.
- Düztaş, K. (2021). Cosmic censorship, massless fermionic test fields, and absorption probabilities. *The European Physical Journal C*, 81(12), 1131. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09937-5>
- Fabbri, A., & Navarro-Salas, J. (2005). *Modeling Black Hole Evaporation*. Published By Imperial College Press And Distributed By World Scientific Publishing Co. <https://doi.org/10.1142/p378>
- Futterman, J. A. H., Handler, F. A., & Matzner, R. A. (1988). *Scattering from Black Holes*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511735615>
- Halim, A., & Herliana, F. (2020). Pengantar Fisika Kuantum. Syiah Kuala University Press.
- Hernani, I. (2021). Studi persamaan Klein-Gordon dalam struktur ruang waktu Schwarzschild. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Hawking, S. W. ., Israel, Werner., & Einstein, Albert. (1979). *An Einstein centenary survey*. Cambridge University Press.
- Lestari, T. D. (2024). Studi lubang hitam kerr-newman dalam teori grafitasi F (R). Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Liu, Y.-Z., Tan, X., Zhang, J., Li, R., & Yang, S.-Z. (2023). The Correction of Quantum Tunneling Rate and Entropy of Non-Stationary Spherically Symmetric Black Hole by Lorentz Breaking. *Universe*, 9(7), 306. <https://doi.org/10.3390/universe9070306>
- Nyoman Gunantara, S. T., Agung, M., Ngurah Gunawan, M. T., Ratnawati, I., Adnyana, I., Si, M., & Sos, S. (2023). Fisika Modern: Misteri Alam Semesta dan Teori Keajaiban Quantum.
- Priyobarta Singh, Y., Ibungochouba Singh, T., Ablu Meitei, I., & Keshwarjit Singh, A. (2022). Modified Hawking temperature of Kerr–Newman black hole in Lorentz symmetry violation theory. *International Journal of Modern Physics D*, 31(15). <https://doi.org/10.1142/S0218271822501061>
- Sakdiyah, F. H. (2023). Termodinamika lubang hitam Reissner-Nordstrom dalam teori f (R). Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Shi, Y.-H., Yang, R.-Q., Xiang, Z., Ge, Z.-Y., Li, H., Wang, Y.-Y., Huang, K., Tian, Y., Song, X., Zheng, D., Xu, K., Cai, R.-G., & Fan, H. (2023). Quantum simulation of Hawking radiation and curved spacetime with a superconducting on-chip black hole. *Nature Communications*, 14(1), 3263. <https://doi.org/10.1038/s41467-023-39064-6>
- Tan, X., & Yang, S.-Z. (2024). Tunneling radiation of bosons from the Kerr-Sen-like black hole by Einstein-Bumblebee gravitational theory. *Acta Physica Sinica*, 73(4), 040401. <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231463>
- Tan, X., Wang, C., & Yang, S.-Z. (2024). Modification entropy of Kerr–Sen-like black hole in Lorentz-breaking bumblebee gravity. *Frontiers in Physics*, 12. <https://doi.org/10.3389/fphy.2024.1415418>

- Unruh, W. G. (1974). Second quantization in the Kerr metric. *Physical Review D*, 10(10), 3194–3205. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.10.3194>
- Wang, C., Tan, X., Zhang, J., Li, R., & Yang, S.-Z. (2024). Correction of Kerr-Sen Black Hole Temperature and Entropy by Lorentz Invariance Violation*. *Physica Scripta*, 99(3), 035009. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ad2046>
- Wang, C., Zhang, J., & Liu, Y.-Z. (2023). Modification Study on Quantum Tunneling Radiation of Kinnersley Black Hole. *Universe*, 9(12), 496. <https://doi.org/10.3390/universe9120496>